［解答例］

数学〔A方式(11/22)〕

設問		解答例
I	ア	4
	イ	9
	ウ	6
	エオ	80
	カキク	243
	ケ	1
	コサ	81
	シス	20
	セソ	27
	タ	2
	チ	5
II	ツ	7
	テト	15
	ナ	3
	ニ	4
	ヌネ	21
	ノ	8
	ハヒ	15
	フ	8
	ヘ	7
	ホ	8
	あい	21
	うえ	40
III	お	2
	か	3
	き	4
	く	2
	けこ	−2
	さ	6
	し	2
	す	5
	せ	9
	そ	1
	たち	−3
	つ	2
	て	7
	とな	57
	に	4

数学〔B方式(11/22)〕

設問		解答例
I	ア	5
	イ	2
	ウ	4
	エ	2
	オ	5
	カ	2
	キ	3
	ク	4
	ケ	8
	コサ	40
II	シス	−4
	セソ	−5
	タ	3
	チ	2
	ツ	3
	テ	4
	ト	3
	ナ	2
	ニ	2
	ヌ	1
	ネ	3
	ノ	3
	ハ	5
	ヒ	3
	フ	8
	ヘ	3
	ホ	5
III	あい	60
	うえ	10
	お	3
	か	7
	き	3
	く	3
	け	3
	こ	2
	さ	3
	しす	40
	せ	3
	そた	13
	ちつ	20
	て	3
	と	3
	な	3
	にぬ	10

数学〔A方式〕

第1問

(3)　さいころをちょうど5回投げて終了となるのは、1回目から4回目まで「1または2の目」が出る場合だから、確率は$\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$となる。ちょうど3回投げて終了となるのは、(i)1回目と2回目で「3以上の目」が出る場合と、(ii)1回目と2回目で「1または2の目」と「3以上の目」が1回ずつ出て3回目で「3以上の目」が出る場合である。それぞれの確率は、(i)$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$、(ii)$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times2\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$である。これらは排反であるから、ちょうど3回投げて終了となる確率は、$\frac{4}{9}+\frac{8}{27}=\frac{20}{27}$となる。ちょうど3回投げて終了となる事象を$A$、途中点Pが座標3の点にある事象を$B$とすると、求める条件付き確率は$P_A(B)$である。

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{8}{27}\div\frac{20}{27}=\frac{2}{5}$$

第2問

(2)以降の問題は、内角の二等分線と辺の比の性質を利用して解く。ADの長さは、△ABDの面積が△ABCの面積の

$\frac{3}{3+5}=\frac{3}{8}$倍であることより求められる。AB＝3、∠BAD＝60°だから、$\frac{1}{2}\times3\times \mathrm{AD}\times\sin60^\circ=\frac{3}{8}\times\frac{15\sqrt{3}}{4}$

これを解いて、$\mathrm{AD}=\frac{15}{8}$

四角形EDCFの面積は、△BCF－△BDEより求めればよい。

$\triangle\mathrm{BCF}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{7}{3+7}=\frac{7}{10}\times\triangle\mathrm{ABC}$

$\mathrm{AB}:\mathrm{BD}=3:\frac{21}{8}=8:7$だから、$\triangle\mathrm{BDE}=\triangle\mathrm{ABD}\times\frac{7}{8+7}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{3}{8}\times\frac{7}{8+7}=\frac{7}{40}\times\triangle\mathrm{ABC}$である。

したがって、四角形$\mathrm{EDCF}=\frac{7}{10}\times\triangle\mathrm{ABC}-\frac{7}{40}\times\triangle\mathrm{ABC}=\frac{21}{40}\times\triangle\mathrm{ABC}$である。

第3問

(3)と(4)は、放物線の頂点のx座標がどの範囲にあればよいかを考える。(3)は、$f(3)$が最大値となるから頂点のx座標は$-1\leqq x\leqq1$の範囲にある。したがって、$-1\leqq\frac{a}{2}\leqq1$より$-2\leqq a\leqq2$である。(4)も同様に考えて、$1\leqq\frac{a}{2}\leqq3$より$2\leqq a\leqq6$である。

(5)は、$-2\leqq a\leqq2$のときと、$2\leqq a\leqq6$のときに分けて考える。$-2\leqq a\leqq2$のときの最大値は$f(3)$だから、

$4(\frac{3}{4}a^2-2a)=a^2-5a+9$を解いて、$a=-\frac{3}{2}$、3

$-2\leqq a\leqq2$だから$a=-\frac{3}{2}$

同様に、$2\leqq a\leqq6$のときの最大値は$f(-1)$だから、

$4(\frac{3}{4}a^2-2a)=a^2-a+1$を解いて、$a=\frac{7\pm\sqrt{57}}{4}$

$2\leqq a\leqq6$だから$a=\frac{7+\sqrt{57}}{4}$

数学〔B方式〕

第1問

②より、x、y が①を満たすのは、2以上の整数 k を用いて $x+2=2k$、$y+7=5k$ となるときである。したがって、$x=2k-2$、$y=5k-7$ と表される。また、$xy=(2k-2)(5k-7)$ が4の倍数になるのは k が奇数のときである。k は、自然数 n を用いて $k=2n+1$ と表せるから、$n=10$ のとき $k=21$ である。よって、$x=2\times21-2=40$ となる。

第2問

グラフ C の式は $b=-4a$、$c=-5a+3$ より、$y=ax^2-4ax-5a+3$ となる。

C と y 軸の交点の y 座標と、頂点の y 座標が異符号となるのは、$a>0$ より、交点の y 座標が正で頂点の y 座標が負のときである。頂点の座標が $(2,\ 0)$ のときと、C が $(0,\ 0)$ を通るときには異符号とならないから、a の値の範囲はその2つの座標から求められる。

頂点の座標が $(2,\ 0)$ のとき、$0=a\times2^2-4\times a\times2-5a+3$ より、$a=\dfrac{1}{3}$

C が $(0,\ 0)$ を通るとき、$0=-5a+3$ より、$a=\dfrac{3}{5}$

よって、$\dfrac{1}{3}<a<\dfrac{3}{5}$

x 軸との2交点の x 座標が5より小さい整数のとき、1つの交点の x 座標は3または4である。⑶と同様に、C の式に $(3,\ 0)$ を代入して $a=\dfrac{3}{8}$、$(4,\ 0)$ を代入して $a=\dfrac{3}{5}$

第3問

⑵以降の問題は、三角形の3つの内角の二等分線が内接円の中心で交わることと、内角の二等分線と辺の比の性質を利用して解く。ADの長さは、△ABDの面積を2つの式で表すことで求められる。

△ABDについて、ABを底辺とする高さ r の三角形とみると、その面積は、$\dfrac{1}{2}\times \mathrm{AB}\times r$

また、$\angle\mathrm{BAD}=\dfrac{60^\circ}{2}=30^\circ$ だから、△ABDの面積は、$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AD}\times\sin30^\circ$

$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times r=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AD}\times\sin30^\circ$ より、$\mathrm{AD}=2\sqrt{3}$

△ABEの面積が△ABCの面積の $\dfrac{5}{5+8}=\dfrac{5}{13}$ 倍であることより、$10\sqrt{3}\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AE}\times\sin30^\circ$

よって、$\mathrm{AE}=\dfrac{40\sqrt{3}}{13}$

⑶は、外角の二等分線と辺の比の性質を利用して解く。BFは∠ABCの外角の二等分線であるから、

AB：BE ＝ AF：EF が成り立つ。AF：EF＝AB：BE＝$5:\dfrac{35}{13}=13:7$ より、$\mathrm{AF}=\dfrac{13}{6}\times\mathrm{AE}=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ である。

$\mathrm{DE}=\mathrm{AE}-\mathrm{AD}=\dfrac{40\sqrt{3}}{13}-2\sqrt{3}=\dfrac{14\sqrt{3}}{13}$、$\mathrm{EF}=\dfrac{7}{13}\times\mathrm{AF}=\dfrac{140\sqrt{3}}{39}$

よって、$\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{EF}}=\dfrac{14\sqrt{3}}{13}\div\dfrac{140\sqrt{3}}{39}=\dfrac{3}{10}$