

一般選抜 出題傾向／対策・出題のねらい

数 学

〈出題傾向〉

解答形式は、前期A方式(1/29・1/30)では記述式、前期B方式ではマーク式である。試験時間と問題数は、前期A方式(1/29・1/30)では80分で大問3問、前期B方式では2科目120分で大問2問(選択問題1問)である。試験時間は問題の分量に対して十分にある。

出題範囲は、前期A方式(1/29・1/30)は数学Ⅰ・A、前期B方式は数学Ⅰ・Aおよび数学Ⅱである。

出題形式は、前期A方式(1/29・1/30)、前期B方式のすべてで、Ⅰでは3題～4題の独立した小問が集合した形式、ⅡとⅢでは、3題ほどの小問で誘導形式になっていることが多い。また、前期B方式ではⅠの各小問にさらに枝間がある。

Ⅰでは、「数と式」、「場合の数と確率」、「整数の性質」などが出題されることが多い。特に「場合の数と確率」の問題はいずれの方式でも出題されており、正確な場合分けと計算が求められる。

Ⅱ、Ⅲでは、「2次関数」、「図形と計量」、「図形の性質」が出題されることが多い。1つの大問で「図形と計量」と「図形の性質」の両方の内容を扱うことも多いため、どの公式や性質を使えば答えを求められるかを適切に判断する力も必要とされる。

〈出題のねらい〉

全体を通して

教科書にある基本事項を正しく活用できること、標準的な計算力や、思考力・応用力の有無をはかる問題を出題しています。

また、記述式、マークシート式のいずれも、順序立てて解答していく流れを持った設問形式が多く、出題の意図を読み取り、論理的に解答方針を見極める力を問うような構成にしています。日頃から、式・図・表・グラフなどを関連づけて考えることや、1つの問題をいろいろな角度から捉えること、これらを心掛けて取り組むようにしましょう。

前期A方式(1月29日)

Ⅰ：いずれも教科書レベルの基本的な問題です。

- (1) 因数分解に関する基本的な問題です。 $+$ と $-$ の符号や指数の間違い等のケアレスミスをしやすいので注意が必要です。
- (2) 一次不等式に関する基本的な問題です。場合分けをして適・不適を判断することでも解決できますが、条件を満たす範囲を求めて解決することがポイントです。
- (3) 組合せに関する問題です。「1段飛ばしで上る」と「2段飛ばしで上る」の題意に基づき条件を見出し、各条件における組合せを考えることがポイントです。直感的な判断だけでなく、抜けがないように批判的に判断することも大切です。

Ⅱ：2次関数に関する応用問題です。(1)と(2)は判別式や2次方程式の解の公式を用いて、条件や座標を求めることがポイントです。(3)は2つの三角形に分割したり、等積変形をしたり、長方形から直角三角形を差し引いたりして求めることができます。いずれの方法も、三角形の3つの頂点の座標から必要な部分の長さを求めることが必要です。

Ⅲ：図形の性質と三角比に関する応用問題です。(1)は余弦定理と方べきの定理を用いて解決します。定理の式を図と対応付けて理解しておきましょう。(2)はメネラウスの定理を用いることのできる図形を見つけることがポイントです。(3)2辺とその間の角を用いた三角形の面積公式を用いることがポイントです。(4)三角形を2つの三角形に分割した場合、底辺の比が面積比になることを用いるのがポイントですが、その比を求めるために、メネラウスの定理を用いる必要があります。相

〈学習対策〉

いずれの方式でも標準的なレベルの問題が多いので、まずは教科書の例題や練習問題を確実に解けるようにしましょう。その後、教科書の章末問題などの、よりレベルの高い問題にも触れるとよい。また、出題範囲からまんべんなく出題されているため、各分野の公式や定理を確実に理解しておきたい。

前期A方式(1/29・1/30)では、解答用紙に計算式や利用した性質・条件などを記入しながら解答していく。普段の学習でも、どのような手順で答えを導いているかを意識しながら問題を解くとよい。

頻出分野としては、まず「2次関数」が挙げられる。変数の値によってグラフの位置が変化する問題がよく出題されるため、条件ごとの場合分けして考える力が必要とされる。教科書の練習問題などを解く際に、グラフを実際にかいて考えることで、2次関数のグラフへの理解を深めておきたい。

また、出題傾向で述べたように「図形と計量」と「図形の性質」の内容を組み合わせた問題も頻出である。小問で求めた答えを、次以降の小問で使って解くことも多いため、計算ミスには十分に注意したい。図形の問題でも「2次関数」と同様に、与えられた条件から図をかいて考える練習をしておくともよいであろう。

似比≠面積比ですので気を付けてください。

前期A方式(1月30日)

Ⅰ：いずれも教科書レベルの基本的な問題です。

- (1) 有理化に関する基本的な問題です。
- (2) n 進法の意味に基づき計算できるかが問われています。また、三進法から九進法への変換は、十進法を経由して変換すると確実にできます。
- (3) 組合せに関する基本的な問題です。①と②は4桁の整数や偶数であるため、千の位に入る数字は0以外であることに注意が必要です。③は数え上げて求めることもできますが、2022以下の整数の余事象として考えることがポイントです。

Ⅱ：2次関数に関する応用問題です。(1)と(2)は2次関数を平方完成したり、頂点と x 軸の位置関係や判別式をもとに条件を求めたりできるかが問われています。(3)は(2)で求めた結果を利用して、 $f(0)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ の座標と x 軸の位置関係から、「 $f(x) < 0$ を満たす整数 x がただ1つ存在する」という条件に対して適・不適を判断することがポイントです。なお、 $k \geq 4$ の場合は、 $f(x) < 0$ を満たす整数が複数存在すると、まとめて考える必要があります。

Ⅲ：図形と計量に関する応用問題です。(1)は H が $\triangle BCD$ の外心であることを証明するために、 $BH=CH=DH$ をいかに示すかが問われています。証明したい内容を仮定とせず、演繹的に推論することを心がけましょう。(2)正三角形の外心と重心が一致することや正弦定理をもとに外接円の半径を求めて、正四面体の高さを求めることがポイントです。正四面体の各面のなす角が 60° であると誤って認識している場合があるので注意が必要です。(3)は、正四面体の各面を底面とし、半径 r を高さとする4つの三角錐を合わせると正四面体になると考えることがポイントです。

前期B方式(1月31日)

Ⅰ：(1)2次関数の分野の問題です。文字定数 a を含む2次関数の式を求めたあと、 x 軸を切り取る線分の長さ、グラフと x 軸との共有点の位置に関する問題、さらに最大値・最小値

に関する問題、という小問ごとにねらいの異なる出題になっています。2次関数の分野で問われる典型的な設問が揃っており、基本的な知識や、それらを組み合わせ応用する力が問われる問題です。

(2)整数の性質の分野で、不定方程式の整数解に関する問題です。整数解の典型的な解法手順が理解できているかどうか、また、その結果を利用して条件を満たす解の個数を求めることができるか、という基礎知識+応用力をみるための問題です。

(3)数と式の分野で、命題の真偽や条件と集合に関する問題です。連立不等式の解を正しく求めることはもちろん、条件を満たす場合と集合との関連性や、命題の真偽の判定をどのように捉えていくか。このような考え方が身に付いているかどうか問われる問題です。

(4)場合の数と確率の分野の問題です。袋の中から玉をいくつか取り出したときの確率を求める問題で、基礎的な確率の求め方の理解度と、その応用力をみるための問題です。玉を取り出す場合の確率は教科書などでも扱われており一般的

なものです。本問ではやや複雑な事象になっており、状況を整理し、うまく処理するための思考力や計算力が問われています。

- II：図形についての問題です。三角形が与えられ、三角比や正弦・余弦定理などの基本的な公式を利用して値を求めていくこと、後半は円の弦の長さや線分の比など、図形的な知識の応用が必要な問題です。数学I「図形と計量」と数学A「図形の性質」2つの分野の基礎知識をふまえた総合的な思考力、応用力が問われます。この2つの分野は融合して出題されることが多いため、普段からも対策を立てておくことが必要です。
- III：図形と方程式の分野の問題です。円の方程式、円の接線、軌跡と領域など、この分野での様々な知識の理解度や応用力が問われる問題です。この分野の問題では、座標平面上の図形に関する問題が多く、まずは図示をして状況を正しく捉え、必要な条件や手掛かりを形にしていくという考察力が必要です。いろいろな演習問題に取り組むことで、典型的な問題の理解や、応用問題への対応力を強化していくことが大切です。

入試概要

総合型選抜

公募型学校推薦選抜

英 公募型学校推薦選抜
語

数 公募型学校推薦選抜
学

生 公募型学校推薦選抜
物

化 公募型学校推薦選抜
学

国 公募型学校推薦選抜
語

一般選抜

一般選抜英語

一般選抜日本史

一般選抜世界史

一般選抜生物

一般選抜化学

一般選抜数学

一般選抜国語

音楽実技

数学〔前期A方式 1/29〕(時間80分)

A 1 数 学

I 次の各問いに答えよ。

(1) 次の式を因数分解せよ。

$$yz^2 - y^2z + 2xyz - xy^2 + x^2y - x^2z - xz^2$$

- (2) 何人かにトラのぬいぐるみを配ることを考える。1人4個ずつにすると17個余る。1人7個ずつにすると最後の1人の分だけ3個以下になる。ただし、全員がそれぞれ少なくとも1個はもらえることがわかっている。このときトラのぬいぐるみの個数とそれを何人に分けようとしたのかをそれぞれ求めよ。
- (3) 15段ある階段を上る。「1段飛ばして上る」か「2段飛ばして上る」かの2通りを、その都度選べるものとする。このとき、ちょうど15段を上りきる上り方は何通りあるか。

II 2次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフが $y = x + a$ のグラフと点Aで接するとき、定数 a の値と点Aの座標を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと $y = x + b$ のグラフが点Bと点Cという異なる2点で交わる時、点Bと点Cの座標を定数 b を用いて表せ。ただし、 $b > 0$ とする。なお、点Bの x 座標は、点Cの x 座標よりも小さいものとする。
- (3) 点Bの y 座標が3のとき、 b の値を求めよ。また、点A、点B、点Cを3つの頂点とする三角形ABCの面積を求めよ。

— 55 —

A 1 (選)

III $\triangle ABC$ において、 $AB = 6\sqrt{3}$ 、 $BC = 4$ 、 $\angle ABC = 150^\circ$ とする。辺AC上に $AD = 6$ となるように点Dをとる。 $\triangle ABD$ の外接円と半直線CBの交点のうち、Bでない方の点をEとする。次の問いに答えよ。

- (1) 線分BEの長さを求めよ。
- (2) 辺ABと線分DEの交点をFとすると、線分BFの長さを求めよ。
- (3) (2)のとき、 $\triangle FEB$ の面積 S_1 を求めよ。
- (4) (2)のとき、 $\triangle AEF$ の面積を S_2 、 $\triangle DFB$ の面積を S_3 とするとき、 $\frac{S_2}{S_3}$ の値を求めよ。

(数学問題 おわり)

— 56 —

A 1 (選)

数学〔前期A方式 1/30〕(時間80分)

A 2 数 学

I 次の各問いに答えよ。

- (1) $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ と $x^4 + \frac{1}{x^4}$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 三進法で0.21と表される数に x を足すと三進法で1になる。 x を九進法の小数で表せ。
- (3) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6の7つの数字のうち異なる4つを並べて4桁の整数をつくる。次のような整数は全部で何個つくれるか。
- ① 4桁の整数
 - ② 4桁の偶数
 - ③ 2022より大きい整数

II 2次関数 $f(x) = 3x^2 - 2kx + 1$ がある。次の問いに答えよ。ただし、 k は自然数とする。

- (1) 放物線 $y = f(x)$ のグラフの軸の方程式を求めよ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わるような k の最小値を求めよ。
- (3) $f(x) < 0$ を満たす整数 x がただ1つ存在するような k の値をすべて求めよ。

— 55 —

A 2 (選)

III 1辺の長さが $2a$ の正四面体 ABCD がある。次の問いに答えよ。

- (1) 頂点Aから底面BCDに垂線AHを下ろす。このとき、Hは $\triangle BCD$ の外心であることを証明せよ。
- (2) 正四面体ABCDの体積を a を用いて表せ。
- (3) この正四面体に、半径 r の球が内接している。このとき、 r を a を用いて表せ。

(数学問題 おわり)

— 56 —

A 2 (選)

B 数 学

注意事項

- ① I は必答問題のため、必ず解答すること。II および III は選択問題のため、いずれか1問を選択し、解答すること。また、選択した問題番号（II、IIIのいずれか）を解答用紙の所定の位置にマークすること。
- ② 解答は、カタカナまたはひらがなで表記された解答符号の解答欄にマークすること。
- ③ 問題文中の **ア**、**イウ** などには符号（-）または数字（0～9）が入る。
- 同一の問題文中に **ア** や **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は **ア**、**イウ** のように細字（細線）で表記する。
- ④ 分数で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。
- 例えば $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えるときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えること。また、それ以上約分できない形で解答すること。例えば $\frac{3}{4}$ と答えるところを $\frac{6}{8}$ と答えてはいけない。
- ⑤ 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。また、必要に応じて指定された桁まで①にマークすること。
- 例えば、**キ**、**クケ** に 6.3 と答える場合は 6.30 として解答すること。
- ⑥ 根号を含む形で解答する場合、根号の中の自然数が最小となる形で解答すること。
- 例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ と解答してはいけない。
- ⑦ 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答してはいけない。

必答問題 I

- [1] x^2 の係数が -1 の 2 次関数 $f(x)$ があり、 $y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は (a, a^2+2a-8) である。ただし、 a は実数である。次の問いに答えよ。
- (1) $f(x) = -x^2 + \text{ア}ax + \text{イ}a - \text{ウ}$ である。
- (2) $a=3$ とする。 $y=f(x)$ のグラフが x 軸と交わる 2 点を A、B とすると、 $AB = \text{エ} \sqrt{\text{オ}}$ である。
- (3) $y=f(x)$ のグラフと x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は $\text{カ} < a < \text{キ}$ である。
- (4) $\text{カ} < a < \text{キ}$ のとき、 $0 \leq x \leq 3$ における関数 $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とする。 $M-m=10$ となるような a の値は $a = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$ である。

[2] 次の問いに答えよ。

- (1) ユークリッドの互除法を用いて、279と155の最大公約数を求めると、**サシ** である。
- (2) 整数 x, y は不定方程式 $279x - 155y = \text{サン}$ ……①を満たしている。
- ①は $\text{ス}x - \text{セ}y = 1$ ……②となる。②を満たす1桁の自然数 x, y の組は、 $x = \text{ソ}$ 、 $y = \text{タ}$ である。
- このとき、②の整数解は、 $x = \text{セ}k + \text{ソ}$ 、 $y = \text{ス}k + \text{タ}$ (k は整数) と表される。
- ①を満たす整数 $x = \text{セ}k + \text{ソ}$ 、 $y = \text{ス}k + \text{タ}$ について、 $x+y$ が3桁の自然数であるような x, y の組は全部で **チツ** 組である。
- この **チツ** 組のうち、 xy が5の倍数であるような x, y の組は全部で **テト** 組である。

[3] a は $\frac{1}{3}$ でない実数の定数である。実数 x に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$$p: 1 < \frac{x+1}{2} < 3$$

$$q: |x-5| < 3$$

$$r: (3a-1)x < 9a^2-1$$

次の問いに答えよ。

- (1) 条件 p を満たす x の値の範囲は **ナ** $< x <$ **ニ** である。
- (2) 条件「 p かつ q 」を満たす x の値の範囲は **ヌ** $< x <$ **ネ** である。
- (3) $a > \frac{1}{3}$ のとき、条件「 q かつ r 」を満たす整数 x が全部で3個であるような a の値の範囲は $s = \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$ 、 $t = \frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$ を用いて、**ヘ** と表される。
- ただし、**ヘ** には次の①～④のうち適するものの番号を答えよ。
- ① $s < a < t$ ② $s < a \leq t$ ③ $s \leq a < t$ ④ $s \leq a \leq t$
- (4) 命題「(p または q) $\Rightarrow r$ 」が真であるような a の値の範囲は、 $a \leq \text{ホ}$ 、 $\frac{\text{あ}}{\text{い}} \leq a$ である。

〔4〕 赤玉が3個、白玉が2個の合計5個の玉が入った袋Aと、赤玉が5個、白玉が3個の合計8個の玉が入った袋Bがある。袋Aから玉を1個取り出し、取り出した玉が赤玉のときは袋Bから玉を2個、白玉のときは袋Bから玉を3個取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) 袋Aと袋Bから取り出したすべての玉が赤玉である確率は $\frac{\boxed{う}}{\boxed{えお}}$ である。
- (2) 袋Aと袋Bから取り出したすべての玉のうち、赤玉の個数と白玉の個数が同じである確率は $\frac{\boxed{か}}{\boxed{きく}}$ である。
- (3) 袋Aと袋Bから取り出したすべての玉のうち、赤玉の個数を a 個 ($0 \leq a \leq 3$)、白玉の個数を b 個 ($0 \leq b \leq 4$) とするとき、 $a > b$ となる確率は $\frac{\boxed{けこ}}{\boxed{さし}}$ である。また、 $a > b$ であるとき、袋Bから少なくとも1個白玉を取り出した条件付き確率は $\frac{\boxed{す}}{\boxed{せそ}}$ である。

選択問題

II $\triangle ABC$ があり、 $AB=7$ 、 $BC=8$ 、 $CA=5$ である。辺 BC の C の方への延長線上に D を、 $\triangle ACD$ の外接円の半径が $\frac{\sqrt{273}}{3}$ となるようにとる。次の問いに答えよ。

- (1) $\cos \angle ACB = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{ウエ} \sqrt{\boxed{オ}}$ である。また、 $\sin \angle ACD = \frac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ であり、 $AD = \sqrt{\boxed{クケ}}$ 、 $CD = \boxed{コ}$ である。
- (2) 直線 AB と $\triangle ACD$ の外接円の交点のうち、 A でない方の点を E とすると、 $AE = \boxed{サ}$ である。また、線分 AD と線分 CE の交点を F とすると、 $\frac{AF}{FD} = \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ 、 $\frac{CF}{FE} = \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ であり、線分 CE の長さは $\frac{\boxed{タ}}{\boxed{テ}} \sqrt{\boxed{チツ}}$ である。さらに、四角形 $ACDE$ の面積は $\boxed{トナ} \sqrt{\boxed{ニ}}$ であり、 $\sin \angle AFC = \frac{\boxed{ヌネ} \sqrt{\boxed{ノ}}}{\boxed{ハヒ}}$ である。

選択問題

III 座標平面上に、点 $(a+1, 2a-1)$ を中心とし、半径が3の円 C がある。ただし、 a は実数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $a=0$ のとき、円 C の方程式は $x^2 + y^2 - \boxed{ア}x + \boxed{イ}y - \boxed{ウ} = 0$ である。
- (2) a の値が変化するとき、円 C の中心は、直線 $y = \boxed{エ}x - \boxed{オ}$ 上を動く。
- (3) 円 C が x 軸と接するとき、 $a = -\boxed{カ}$ 、 $\boxed{キ}$ である。
 $a = -\boxed{カ}$ であるときの円 C を円 C_1 、 $a = \boxed{キ}$ であるときの円 C を円 C_2 とする。
- (i) 円 C_1 は点 $\left(\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}, \boxed{コ}\right)$ に関して円 C_2 と点対称であり、また円 C_1 は直線 $y = \frac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}x + \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ に関して円 C_2 と線対称である。

(ii) 円 C_1 と円 C_2 の共通接線は、
 x 軸、直線 $y = \frac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}x + \boxed{テ}$ 、
 直線 $y = \boxed{ト}x - \boxed{ナ} + \boxed{ニ} \sqrt{\boxed{ヌ}}$ 、
 直線 $y = \boxed{ト}x - \boxed{ナ} - \boxed{ニ} \sqrt{\boxed{ヌ}}$
 の4本である。

(iii) 点 P を円 C_1 上に、点 Q を円 C_2 上にとる。点 P 、点 Q がそれぞれ円 C_1 、円 C_2 の円周上を動くとき、線分 PQ の長さの最大値は $\boxed{ネ} + \boxed{ノ} \sqrt{\boxed{ハ}}$ である。

(iv) $-\boxed{カ} \leq a \leq \boxed{キ}$ の範囲で a が変化して円 C が動くとき、円 C の円周および内部が通過する部分の面積は $\boxed{ヒフ} \sqrt{\boxed{ヘ}} + \boxed{ホ} \pi$ である。

(数学問題 おわり)