［解答例］

数学〔A方式(11/21)〕

設問		解答例
I	アイ	42
	ウエ	84
	オ	3
	カ	2
	キク	11
	ケ	7
	コサ	77
II	シ	4
	ス	2
	セ	7
	ソ	2
	タチ	21
	ツ	3
	テト	12
	ナ	3
	ニ	5
	ヌネ	14
	ノ	3
	ハヒ	15
	フ	2
	ヘホ	21
	あ	3
	いう	12
	え	7
III	おか	−3
	きく	−2
	け	0
	こ	1
	さし	−1
	す	2
	せそ	−1
	た	3
	ちつ	−2
	て	0
	とな	−3
	にぬ	−1
	ね	3
	の	1
	はひ	−7
	ふへ	−2

数学〔B方式(11/21)〕

設問		解答例
I	ア	1
	イ	8
	ウ	3
	エオ	16
	カ	1
	キク	16
	ケ	1
	コ	4
	サ	1
	シ	8
	ス	1
	セ	4
II	ソ	−
	タ	6
	チツ	−2
	テ	3
	トナ	−6
	ニヌ	−2
	ネ	3
	ノ	6
	ハ	3
	ヒフ	10
	ヘ	3
III	ホ	7
	あ	3
	い	7
	う	3
	え	3
	おか	60
	き	7
	く	3
	け	8
	こさ	55
	しす	13

数学〔A方式〕

第１問

(2)　$7x-11y=-1$　……①が成り立つ自然数 x、y の組のうち、x の値が最小であるものは $x=3$、$y=2$ である。よって、

$7\cdot 3-11\cdot 2=-1$　……②

①−②より $7(x-3)=11(y-2)$

７と11は互いに素であるから、$x=11k+3$、$y=7k+2$ と表される。x、y の値がともに３桁の整数であるから、

$100\leqq 11k+3\leqq 999$ より $9\leqq k\leqq 90$　……③

$100\leqq 7k+2\leqq 999$ より $14\leqq k\leqq 142$　……④

③、④を同時に満たすのは $14\leqq k\leqq 90$ のときであるから、x、y の値がともに３桁の整数であるような組は

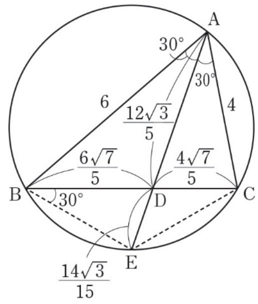
$90-14+1=77$組ある。

第２問

(2)　$\triangle$ABD＋$\triangle$ADC＝$\triangle$ABC であるから、$\dfrac{1}{2}\times 6\times \mathrm{AD}\sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}\times 4\times \mathrm{AD}\sin 30^\circ=6\sqrt{3}$ より、$\mathrm{AD}=\dfrac{12\sqrt{3}}{5}$

線分 AD は ∠BAC の二等分線であるから、BD：DC＝AB：AC＝３：２より $\mathrm{BD}=\dfrac{6\sqrt{7}}{5}$、$\mathrm{DC}=\dfrac{4\sqrt{7}}{5}$

方べきの定理より AD×DE＝BD×DC が成り立つから、$\mathrm{DE}=\dfrac{14\sqrt{3}}{15}$



$\triangle$ABE と$\triangle$ABC の外接円の半径は$\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$であるから、$\triangle$ABE において正弦定理より

$\mathrm{BE}=2\times\dfrac{2\sqrt{21}}{3}\times\sin 30^\circ=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$

(3)　$\triangle$ADC の外接円の半径を R_1、$\triangle$ BED の外接円の半径を R_2とすると正弦定理より

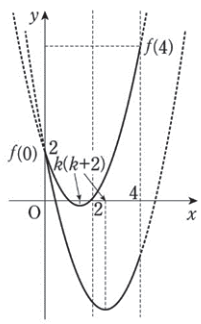
$R_1=\dfrac{4\sqrt{7}}{5}\div 2\sin 30^\circ=\dfrac{4\sqrt{7}}{5}$、$R_2=\dfrac{14\sqrt{3}}{15}\div 2\sin 30^\circ=\dfrac{14\sqrt{3}}{15}$

外接円の面積比は $\dfrac{\pi(R_1)^2}{\pi(R_2)^2}=\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)^2$であるから$\left(\dfrac{4\sqrt{7}}{5}\times\dfrac{15}{14\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{12}{7}$(倍)

第３問

(2)　$f(x)=\{x-k(k+2)\}^2+2-k^2(k+2)^2$ と変形できるからグラフの頂点の座標は

$(k^2+2k、2-k^2(k+2)^2)$ である。$f(x)$の最小値が１であるとき $2-k^2(k+2)^2=1$ より $k=-1\pm\sqrt{2}$



(3)　$y=f(x)$の軸は $x=k(k+2)$ である。$M\neq f(0)$ かつ $M=f(4)$ であるとき、$0<k(k+2)<2$

$0<k(k+2)$ より、$k<-2$、$0<k$

また、$k(k+2)<2$ より、$-1-\sqrt{3}<k<-1+\sqrt{3}$

よって、k の値の範囲は $-1-\sqrt{3}<k<-2$、$0<k<-1+\sqrt{3}$

(4)　$f(0)=2$ より、$M=2$ となる条件は $2\leqq k(k+2)<3$　……①

$2\leqq k(k+2)$ より、$k\leqq -1-\sqrt{3}$、$-1+\sqrt{3}\leqq k$

また、$k(k+2)<3$ より、$-3<k<1$

よって、k の値の範囲は $-3<k\leqq -1-\sqrt{3}$、$-1+\sqrt{3}\leqq k<1$

また、$m=2-k^2(k+2)^2$ であり、①より $4\leqq k^2(k+2)^2<9$

$-7<2-k^2(k+2)^2\leqq -2$　よって、$-7<m\leqq -2$

数学〔B方式〕

第1問

(3)　4回目で試行が終了するのは、「赤玉を取り出し、硬貨の表が出る」という結果が1回、「白玉を取り出し、硬貨の表が出る」という結果が3回起きる場合である。その確率は $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{4!}{1!3!}=\frac{1}{16}$

また、4回目に赤玉を取り出して試行が終了する確率は $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{64}$

求める条件付き確率は $\frac{1}{64}\div\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$

(4)　5回目で試行が終了するのは、(i)「5回目に白玉を取り出し、硬貨の表が出る」場合と(ii)「5回目に赤玉を取り出し、硬貨の表が出る」場合である。(i)の確率は $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{4!}{1!1!2!}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{32}$

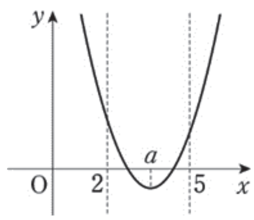
(ii)の確率は $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{4!}{1!3!}\times\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$ であるから、5回目で試行が終了する確率は $\frac{3}{32}+\frac{1}{32}=\frac{1}{8}$

求める条件付き確率は $\frac{1}{32}\div\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$

第2問

$f(x)=x^2-2ax+a+6=(x-a)^2-a^2+a+6$ と変形できるから、$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は、$(a$、$-a2+a+6)$ である。

また、$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線である。



(4)　方程式 $x^2-2ax+a+6=0$ が異なる2つの実数解をもつとき、$-a^2+a+6<0$ より、

$a<-2$、$3<a$　……①

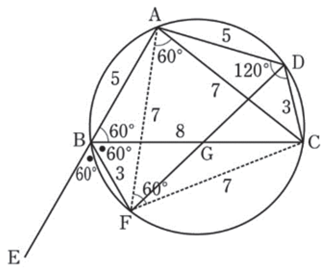
それら2つの実数解がともに2より大きく5より小さくなるとき、$2<a<5$　……②

$f(2)=-3a+10>0$ より、$a<\frac{10}{3}$　……③　　$f(5)=-9a+31>0$ より、$a<\frac{31}{9}$　……④

①～④より、求める a の値の範囲は $3<a<\frac{10}{3}$

第3問

(1)　△ABCにおいて余弦定理より、AC＝7である。また、△ADCにおいて余弦定理より、CD＝3である。



(2)　線分BFは∠CBEの二等分線であるから、∠FBC＝∠FAC＝60°である。

また、∠ABC＝∠AFC＝60°であるから、△AFCは1辺の長さが7の正三角形である。

△ABF≡△ADCであるから、BF＝DC＝3

ここで、BG＝x とおくと、CG＝$8-x$ と表される。△BFG≡△DCGであるから、

FG＝GC＝$8-x$

△BFGにおいて余弦定理より $x=\frac{55}{13}$

よって、BG＝$\frac{55}{13}$