公募型学校推薦選抜 出題のねらい

数　学

全体を通して

大問が全部で３題で、それぞれ独立した分野の問題になっています。各分野について、教科書の基礎事項が理解できているかどうか、また、それらの知識を応用した、思考力が必要な問題にも対応できるかどうか。このような力をみることをねらいとしています。

全問マークシート式であるため、答えだけが合っていれば正解ですが、前問が次の問題を解くヒントになっていることもあり、出題の流れにうまく乗ることで解答がしやすくなる場合もあります。日頃の問題演習では、基礎的な学力に加え、問題全体を広く見て先を見通す力を養っておくことが、問題攻略のカギとなります。

Ａ方式

第１問：整数の性質の分野の問題です。
⑴は$\sqrt{(n\text{の式})}$が整数になるための条件を求める問題です。素因数分解を利用する典型的な問題であり、その考え方が身に付いているかをみる問題です。⑵は不定方程式の整数解を求める基本的なものから、その結果を用いた応用問題という構成です。

第２問：図形についての問題です。三角形が与えられ、三角比や正弦・余弦定理など基本的な公式を利用して値を求めていくこと、後半は線分の比や面積の比など、図形的な知識の応用が必要な問題です。数学Ⅰ「図形と計量」と数学Ａ「図形の性質」２つの分野の基礎知識をふまえた総合的な思考力、応用力が身に付いているかどうかが問われる問題です。

第３問：２次関数の分野の問題です。最大値・最小値に関する問題の中でも、この問題のように係数に文字を含む場合はよく出題されるので、日頃から問題演習を数多くこなしておく必要があります。定義域と軸の位置関係が異なるところで文字定数の場合分けを行う、という考え方が身に付いているか、また、その基準に沿って正しく解答を導くことができるかどうか。このような力が問われる問題です。

Ｂ方式

第１問：場合の数と確率の分野の問題です。袋の中から玉を何回か取り出したときの確率を求める問題です。玉を取り出す場合の確率は教科書などでも扱われており一般的なものですが、本問ではやや複雑な事象になっており、状況を整理し、うまく処理するための思考力や計算力が問われています。

第２問：２次関数の分野の問題です。⑵〜⑷のような２次方程式の実数解に関する問題は、２次関数のグラフとｘ軸との共有点の位置を考察して解く典型的なものです。この解法が身に付いているかどうか、さらに、条件として得られたａの不等式を正しく処理できるかどうか。このような力が問われる問題です。

第３問：図形についての問題です。三角形が与えられ、三角比や正弦・余弦定理などの基本的な公式を利用して値を求めていくこと、後半は、円周角の定理などの図形的な知識の応用が必要な問題です。数学Ⅰ「図形と計量」と数学Ａ「図形の性質」２つの分野の基礎知識をふまえた総合的な思考力、応用力が身に付いているかどうかが問われる問題です。

数　学

注意事項

Ⅰ　解答は，カタカナまたはひらがなで表記された解答符号の解答欄にマークしてください。

Ⅱ　問題文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには符号（－）または数字（0～9）が入る。
同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ や $\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記する。

Ⅲ　分数で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない。
例えば $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えるときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えること。また，それ以上約分できない形で解答すること。例えば $\dfrac{3}{4}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$ と答えてはいけない。

Ⅳ　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。また，必要に応じて指定された桁まで⓪にマークすること。
例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に6.3と答える場合は6.30として解答すること。

Ⅴ　根号を含む形で解答する場合，根号の中の自然数が最小となる形で解答すること。
例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ と解答してはいけない。

Ⅵ　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答してはいけない。

第1問

(1)　$M=\sqrt{168n}$ がある。ただし，n は正の整数とする。
M が整数となるような最小の n は $\boxed{\text{アイ}}$ であり，$n=\boxed{\text{アイ}}$ のとき，$M=\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2)　x，y は自然数であり，等式 $7x-11y=-1$ ……①を満たしている。
①を満たす x，y の組のうち x の値が最小であるものの組を $x=x_1$，$y=y_1$ とすると，$x_1=\boxed{\text{オ}}$ ，$y_1=\boxed{\text{カ}}$ である。このことから，①を満たす x，y は，0以上の整数 k を用いて
$$x=\boxed{\text{キク}}\,k+x_1,\quad y=\boxed{\text{ケ}}\,k+y_1$$
と表される。
また，①を満たす x，y の組のうち x，y の値がともに3桁の整数であるような組は全部で $\boxed{\text{コサ}}$ 組ある。

第2問

$AB=6$，$\angle BAC=60^\circ$，面積 $6\sqrt{3}$ の $\triangle ABC$ がある。

(1)　$AC=\boxed{\text{シ}}$ ，$BC=\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。
また，$\triangle ABC$ の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(2)　$\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とし，直線 AD と $\triangle ABC$ の外接円との交点のうち点 A と異なる点を E とする。
$$AD=\dfrac{\boxed{\text{テト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}},\quad DE=\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$$
である。また，$BE=\dfrac{\boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘホ}}}}{\boxed{\text{あ}}}$ である。

(3)　(2)のとき，$\triangle ADC$ の外接円の面積は，$\triangle BED$ の外接円の面積の $\dfrac{\boxed{\text{いう}}}{\boxed{\text{え}}}$ 倍である。

第3問

k は実数の定数とする。関数 $f(x)=x^2-2k(k+2)x+2$ があり，$-3<f(1)<3$ を満たしている。

(1)　k のとり得る値の範囲は，$\boxed{\text{おか}}<k<\boxed{\text{きく}}$ ，$\boxed{\text{け}}<k<\boxed{\text{こ}}$ である。

(2)　関数 $f(x)$ の最小値が1であるとき，$k=\boxed{\text{さし}}\pm\sqrt{\boxed{\text{す}}}$ である。

以下，$0\leqq x\leqq 4$ における関数 $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。

(3)　$M\neq f(0)$ かつ $M=f(4)$ となるような k のとり得る値の範囲は，
$$\boxed{\text{せそ}}-\sqrt{\boxed{\text{た}}}<k<\boxed{\text{ちつ}},$$
$$\boxed{\text{て}}<k<\boxed{\text{せそ}}+\sqrt{\boxed{\text{た}}}$$
である。

(4)　$M=2$ となるような k のとり得る値の範囲は，
$$\boxed{\text{とな}}<k\leqq\boxed{\text{にぬ}}-\sqrt{\boxed{\text{ね}}},$$
$$\boxed{\text{にぬ}}+\sqrt{\boxed{\text{ね}}}\leqq k<\boxed{\text{の}}$$
である。また，$M=2$ となるとき，m のとり得る値の範囲は，
$\boxed{\text{はひ}}<m\leqq\boxed{\text{ふへ}}$ である。

（数学問題　おわり）

数　学

注意事項

Ⅰ　解答は，カタカナまたはひらがなで表記された解答符号の解答欄にマークしてください。

Ⅱ　問題文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには符号（−）または数字（0～9）が入る。
同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ や $\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記する。

Ⅲ　分数で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない。
例えば $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えるときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えること。また，それ以上約分できない形で解答すること。例えば $\dfrac{3}{4}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$ と答えてはいけない。

Ⅳ　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。また，必要に応じて指定された桁まで⓪にマークすること。
例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に6.3と答える場合は6.30として解答すること。

Ⅴ　根号を含む形で解答する場合，根号の中の自然数が最小となる形で解答すること。
例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ と解答してはいけない。

Ⅵ　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答してはいけない。

第１問

中の見えない袋の中に赤玉1個，白玉3個の合計4個の玉が入っている。また，表と裏が等しい確率で出る硬貨が1枚ある。袋の中から玉を1個取り出し，硬貨を投げて表が出たら，その玉を手元に残し，裏が出たらその玉を袋の中に戻す試行を繰り返し行う。試行後に袋の中の玉がなくなったら試行は終了する。なお，最初手元には玉はないものとする。

(1)　2回の試行の結果，手元の玉が赤玉1個，白玉1個の計2個となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　3回の試行の結果，手元の玉が赤玉1個，白玉1個の計2個となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(3)　ちょうど4回で試行が終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。
このとき，4回目に赤玉を取り出して試行が終了する条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(4)　ちょうど5回で試行が終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。
このとき，5回目に赤玉を取り出して試行が終了する条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

第２問

a は実数の定数とする。2次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+6$ と2次方程式 $x^2-2ax+a+6=0$ ……①がある。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は，$(a,\ \boxed{\text{ソ}}\,a^2+a+\boxed{\text{タ}})$ であり，方程式①が異なる2つの実数解をもつような a のとり得る値の範囲は，$a<\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\text{テ}}<a$ である。

(2)　方程式①が異なる2つの負の実数解をもつような a のとり得る値の範囲は，$\boxed{\text{トナ}}<a<\boxed{\text{ニヌ}}$ である。

(3)　方程式①が異なる2つの実数解をもち，それらがともに1より大きくなるような整数 a の値は全部で $\boxed{\text{ネ}}$ 個あり，そのうち最大の整数は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

(4)　方程式①が異なる2つの実数解をもち，それらがともに2より大きく5より小さくなるような a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ハ}}<a<\dfrac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第 3 問

円 K に内接する四角形 ABCD があり，AB＝AD＝5，BC＝8，∠ABC＝60°である。

(1)　AC＝ $\boxed{\text{ホ}}$ ，CD＝ $\boxed{\text{あ}}$ である。

また，円 K の半径は $\dfrac{\boxed{\text{い}}\sqrt{\boxed{\text{う}}}}{\boxed{\text{え}}}$ である。

(2)　辺 AB の B の方向への延長線上に点 E をとり，∠CBE の二等分線と円 K の交点のうち点 B と異なる点を F とする。また，直線 FD と辺 BC の交点を G とする。

∠FAC＝ $\boxed{\text{おか}}$° であるから，FC＝ $\boxed{\text{き}}$ である。このことから，BF＝ $\boxed{\text{く}}$ である。

さらに，BG＝x とおくと，GF＝ $\boxed{\text{け}}$ $-x$ と表される。

よって，BG＝ $\dfrac{\boxed{\text{こさ}}}{\boxed{\text{しす}}}$ である。

（数学問題　おわり）