# ［解答例］

## 数学〔前期Ａ方式（１/29）〕



**I** (1) (a) $x^4 - 2x^2 + 1$

$$
\begin{aligned}
&= (x^2 - 1)^2 \\
&= \{(x+1)(x-1)\}^2 \\
&= (x+1)^2(x-1)^2
\end{aligned}
$$

(b) $x^4 - 3x^2 + 1$

$$
\begin{aligned}
&= (x^4 - 2x^2 + 1) - x^2 \\
&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\
&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)
\end{aligned}
$$

(2) A さんがはじめに飼っていたうさぎの数を $x$ 羽とすると，題意より

$$
\begin{cases}
\dfrac{3}{4}x > 36 - \dfrac{3}{4}x & \cdots\cdots ① \\
\dfrac{3}{4}x - 4 < 36 - \dfrac{3}{4}x + 4 & \cdots\cdots ②
\end{cases}
$$

となる。

①を解くと $x > 24$ となり，②を解くと $x < \dfrac{88}{3}$ となるので， $x$ の値の範囲は

$$24 < x < \frac{88}{3}$$

となり，これをみたす整数 $x$ は 25, 26, 27, 28, 29 である。

ここで題意より， $x$ は 4 の倍数なので $x = 28$ を得る。すなわち，A さんがはじめに飼っていたうさぎは 28 羽である。

(3) 袋 A を選ぶ事象を $A$，袋 B を選ぶ事象を $B$，白玉を選ぶ事象を $W$ とし，条件を式で表すと以下のようになる。

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2},\ P_A(W) = \frac{2}{5},\ P_B(W) = \frac{1}{3}$$

よって，求める確率は

$$
\begin{aligned}
P_W(A) &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} \\
&= \frac{P(A \cap W)}{P(A \cap W) + P(B \cap W)} \\
&= \frac{P(A)P_A(W)}{P(A)P_A(W) + P(B)P_B(W)} \\
&= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{30}} = \frac{6}{11}
\end{aligned}
$$

**I** (4) 題意より， $\angle\mathrm{ACB} = 90^\circ$, $\mathrm{BC} = 1$, $\mathrm{AC} = \sqrt{3}$ となる。

(a) BC を直径とする円と MB および MC において，方べきの定理より

$$\mathrm{MP}\cdot\mathrm{MB} = \mathrm{MC}^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

また，△MBC は直角三角形なので三平方の定理より

$$\mathrm{MB}^2 = \mathrm{MC}^2 + \mathrm{BC}^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{7}{4}$$

$\mathrm{MB} > 0$ より $\mathrm{MB} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$ となり，これを $\mathrm{MP}\cdot\mathrm{MB} = \dfrac{3}{4}$ に代入して

$$\mathrm{MP} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{3}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$$

よって

$$\mathrm{PB} = \mathrm{MB} - \mathrm{MP} = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{3\sqrt{7}}{14} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

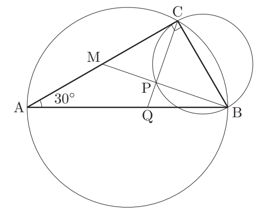
(b) △ABM と直線 CQ において，メネラウスの定理より

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QB}}\cdot\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PM}}\cdot\frac{\mathrm{MC}}{\mathrm{CA}} &= 1 \\
\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QB}}\cdot\frac{\frac{2\sqrt{7}}{7}}{\frac{3\sqrt{7}}{14}}\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} &= 1 \\
\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QB}} &= \frac{3}{2}
\end{aligned}
$$

ここで $\mathrm{AB} = 2$ なので $\mathrm{AQ} = \dfrac{6}{5}$ となる。

また △AQC の面積は

$$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AQ}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin 30^\circ = \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$




**II** (1) 与式を変形して

$$y = -(x+1)^2 + 3$$

よって， 放物線の頂点の座標は $(-1, 3)$ で，軸の方程式は直線 $x = -1$

(2) 放物線 $y = f(x)$ を $x$ 軸方向に 2，$y$ 軸方向に $-1$ だけ平行移動するので

$$
\begin{aligned}
y + 1 &= -\{(x-2)+1\}^2 + 3 \\
y &= -(x-1)^2 + 2 \\
&= -x^2 + 2x + 1
\end{aligned}
$$

(3) 2 つの放物線の式を連立させて

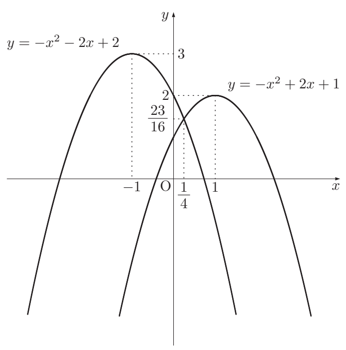
$$
\begin{aligned}
-x^2 - 2x + 2 &= -x^2 + 2x + 1 \\
4x - 1 &= 0 \\
x &= \frac{1}{4}
\end{aligned}
$$

これを (1) の放物線の式に代入して

$$y = -\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{4} + 2 = \frac{23}{16}$$

よって，2 つの放物線の共有点は $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{23}{16}\right)$

ゆえに，グラフは以下の通り。




**II** (4) 直線 $y = -2x + b$ と $y = f(x)$ を連立させて

$$
\begin{aligned}
-2x + b &= -x^2 - 2x + 2 \\
x^2 + b - 2 &= 0
\end{aligned}
$$

この $x$ の 2 次方程式の解の判別式は $D_1 = -4(b-2) = 8 - 4b$ となるので，共有点の個数は $b < 2$ のとき 2 個，$b = 2$ のとき 1 個，$b > 2$ のとき 0 個となる。

また同様に，この直線と $y = g(x)$ を連立させて

$$
\begin{aligned}
-2x + b &= -x^2 + 2x + 1 \\
x^2 - 4x + b - 1 &= 0
\end{aligned}
$$

この $x$ の 2 次方程式の解の判別式は $D_2 = 16 - 4(b-1) = 20 - 4b$ となるので，共有点の個数は $b < 5$ のとき 2 個，$b = 5$ のとき 1 個，$b > 5$ のとき 0 個となる。

さらに，この直線が 2 つの放物線の共有点を通るとき

$$
\begin{aligned}
\frac{23}{16} &= -2\cdot\frac{1}{4} + b \\
b &= \frac{31}{16}
\end{aligned}
$$

以上まとめると，求める共有点の個数は

| | |
|---|---|
| $b < \dfrac{31}{16}$ のとき | 4 個 |
| $b = \dfrac{31}{16}$ のとき | 3 個 |
| $\dfrac{31}{16} < b < 2$ のとき | 4 個 |
| $b = 2$ のとき | 3 個 |
| $2 < b < 5$ のとき | 2 個 |
| $b = 5$ のとき | 1 個 |
| $5 < b$ のとき | 0 個 |

**III** (1) 与式は

$$f(x) = (-2x+a)^3 - 48(-2x+a)$$
$$= -8x^3 + 12ax^2 + (96-6a^2)x + a^3 - 48a$$

となるので

$$f'(x) = -24x^2 + 24ax + 96 - 6a^2$$

(2) $f(x)$ が $x=0$ で極値をとるので

$$f'(0) = 96 - 6a^2 = 0$$

$a<0$ なので $a=-4$

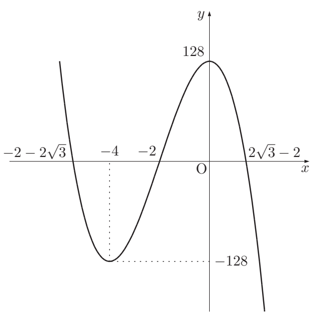
(3) $f(x)$ の式に $a=-4$ を代入すると，$f(x) = -8x^3 - 48x^2 + 128$ となるので

$$f'(x) = -24x^2 - 96x$$

より $f'(x)=0$ の解は $x=0,\ -4$ となり，$f(0)=128$ および $f(-4)=-128$ となる。

以上より，増減表とグラフは以下の通り。

| $x$ | | -4 | | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |
| $f(x)$ | ↘ | -128 | ↗ | 128 | ↘ |



# 数学〔前期A方式（1/30）〕

**I**　(1) 表が 0 枚出る確率は ${}_4\mathrm{C}_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$

表が 1 枚出る確率は ${}_4\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{4}$

表が 2 枚出る確率は ${}_4\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{3}{8}$

(a) 以上より，表が 1 枚または 2 枚出る確率は

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

(b) 裏が 2 枚以上出るのは表が 2 枚以下の場合なので，その確率は

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{11}{16}$$

(2) $2023=7\times17^2$ と素因数分解できる。

また，$2023_{(5)}$ を 10 進数にすると

$$2\times5^3+0\times5^2+2\times5^1+3\times5^0=263$$

$2023_{(7)}$ を 10 進数にすると

$$2\times7^3+0\times7^2+2\times7^1+3\times7^0=703$$

(3) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ に $\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ を代入して $\cos^2\theta=\dfrac{7}{8}$

よって $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=\dfrac{1}{8}$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ なので $\sin\theta\geqq0$ より $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

以上より，

(a) $\sin\theta+\cos^2\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{4}+\dfrac{7}{8}=\dfrac{7+2\sqrt{2}}{8}$

(b) $(\cos\theta-\sin\theta)(\cos\theta+\sin\theta)-\sin\theta$

$=\cos^2\theta-\sin^2\theta-\sin\theta$

$=\dfrac{7}{8}-\dfrac{1}{8}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$=\dfrac{3-\sqrt{2}}{4}$

**I**　(4) (a) $\triangle$ABC の面積が 2 なので

$$\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin\angle\mathrm{BCA}=2$$
$$\frac{6-2}{2}\sin\angle\mathrm{BCA}=2$$
$$\sin\angle\mathrm{BCA}=1$$

(b) $\sin\angle\mathrm{BCA}=1$ と $0^\circ<\angle\mathrm{BCA}<180^\circ$ より $\angle\mathrm{BCA}=90^\circ$

$\triangle$ABC において，三平方の定理より

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}=4$$

ここで，AB は $\triangle$ABC の外接円の直径なので

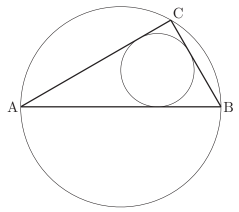
$$R=\frac{1}{2}\mathrm{AB}=2$$

(c) $\triangle$ABC の面積を $r$ を用いて表すと

$$\frac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{AC})=2$$

となるので

$$r=\frac{4}{\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{AC}}=\frac{2}{2+\sqrt{6}}=\sqrt{6}-2$$




**II**　(1) $f(x)=x^2-ax-6x+6a$ とおく。

$f(x)=(x-a)(x-6)$ となるので，$f(x)=0$ の解は $x=a,6$

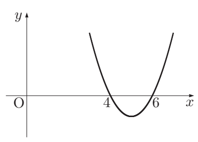
これらが $4\leqq x\leqq7$ の範囲にあればよい。

$x=6$ はこれをみたすので，$4\leqq a\leqq7$ であればよい。

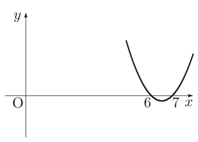
(2) 与式は $f(x)=\dfrac{1}{2}$ と変形できる。

$y=f(x)$ のグラフは，$a=4$ および $a=7$ のとき下図のように $x$ 軸と 2 点で交わる。

$a=4$ のとき




$a=7$ のとき




$a$ の値が $4\leqq a\leqq7$ の範囲で変わるとき，$y=f(x)$ のグラフと $x$ 軸の 2 つの共有点の $x$ 座標は 6 と $4\leqq x\leqq7$ の値をとる。

このように変化するグラフと直線 $y=\dfrac{1}{2}$ が $4\leqq x\leqq7$ の範囲に共有点を 2 つもてばよいので

$f(4)=\dfrac{1}{2}$ のとき

$$f(4)=(4-a)(4-6)=2(a-4)=\frac{1}{2}$$

より $a=\dfrac{17}{4}$

$f(7)=\dfrac{1}{2}$ のとき

$$f(7)=(7-a)(7-6)=7-a=\frac{1}{2}$$

より $a=\dfrac{13}{2}$

これらは (1) で求めた $a$ の値の範囲をみたすので，求める値の範囲は

$\dfrac{17}{4}\leqq a\leqq\dfrac{13}{2}$

**III**　(1) $y=x(1-x)$ と $y=mx$ の共有点の座標は

$$x(1-x)=mx$$
$$x(x+m-1)=0$$

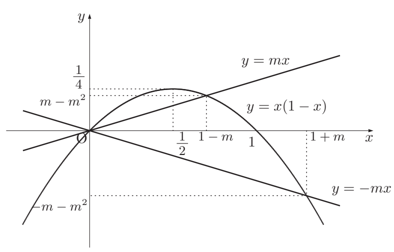
より，$(0,0)$ と $(1-m,m-m^2)$

また，$y=x(1-x)$ と $y=-mx$ の共有点の座標は

$$x(1-x)=-mx$$
$$x(1+m-x)=0$$

より，$(0,0)$ と $(1+m,-m-m^2)$

(2) $y=x(1-x)$ のグラフは頂点 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$ の放物線になるので，放物線と 2 つの直線は以下の通り。



**III** (3)

$$
\begin{aligned}
S_1 &= \int_0^{1+m} \{x(1-x)+mx\}\,dx \\
&= \left[\frac{1+m}{2}x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^{1+m} \\
&= \frac{(1+m)^3}{6}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_2 &= \int_0^{1-m} \{x(1-x)-mx\}\,dx \\
&= \left[\frac{1-m}{2}x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^{1-m} \\
&= \frac{(1-m)^3}{6}
\end{aligned}
$$

(4)

$$
\begin{aligned}
S_m &= S_1 - S_2 \\
&= \frac{(1+m)^3-(1-m)^3}{6} \\
&= \frac{m^3}{3} + m
\end{aligned}
$$

$f(m) = S_m$ とおくと，$f'(m) = m^2+1$ となり $f(m)$ は単調増加関数である。
よって，$0 < m \leqq \frac{1}{2}$ の範囲では，$m = \frac{1}{2}$ のとき $S_m$ は最大となる。
そのときの $S_m$ の値は

$$
S_m = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} = \frac{13}{24}
$$

## 数学〔前期Ｂ方式(１/31)〕

| 設問 | | 解答例 |
| --- | --- | --- |
| I | アイ | 18 |
| | ウ | 2 |
| | エ | 5 |
| | オ | 4 |
| | カ | 5 |
| | キ | 2 |
| | ク | 9 |
| | ケ | 5 |
| | コサ | 13 |
| | シス | 14 |
| | セ | 3 |
| | ソタ | 11 |
| | チツ | −4 |
| | テ | 2 |
| | ト | 3 |
| | ナ | 2 |
| | ニヌ | 12 |
| | ネ | 4 |
| | ノ | 6 |
| | ハヒ | 10 |
| | フヘ | 70 |
| | ホあい | 120 |
| | うえ | 12 |
| | おか | 10 |
| | きく | 45 |
| | けこ | 44 |
| | さ | 2 |
| | し | 8 |
| | す | 6 |
| | せそ | 16 |
| | た | 8 |
| | ちつ | 24 |
| II | ア | 1 |
| | イ | 8 |
| | ウ | 8 |
| | エ | 7 |
| | オ | 7 |
| | カ | 2 |
| | キ | 5 |
| | ク | 3 |
| | ケ | 2 |
| | コ | 4 |
| | サ | 2 |
| | シ | 2 |
| | ス | 2 |
| | セ | 3 |
| | ソ | 7 |
| | タ | 3 |
| | チ | 2 |
| | ツ | 2 |
| | テ | 7 |
| | ト | 5 |

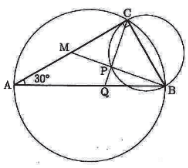
| 設問 | | 解答例 |
| --- | --- | --- |
| III | ア | 3 |
| | イ | 2 |
| | ウ | 1 |
| | エ | 2 |
| | オ | 3 |
| | カ | 4 |
| | キ | 2 |
| | ク | 3 |
| | ケ | 3 |
| | コ | 3 |
| | サ | 6 |
| | シ | 3 |
| | ス | 3 |
| | セ | 3 |
| | ソ | 3 |
| | タ | 3 |
| | チ | 1 |
| | ツ | 3 |
| | テ | 2 |
| | ト | 3 |
| | ナ | 6 |
| | ニ | 6 |
| | ヌ | 3 |
| | ネ | 3 |
| | ノ | 6 |

## 数学〔前期A方式 1/29〕

Ⅰ

(1)(a)　与式$=(x^2-1)^2=\{(x+1)(x-1)\}^2=(x+1)^2(x-1)^2$

　(b)　与式$=(x^4-2x^2+1)-x^2=(x^2-1)^2-x^2=(x^2+x-1)(x^2-x-1)$




(2)　はじめにAさんが$x$羽のうさぎを飼っていたとすると、$\frac{3}{4}x>36-\frac{3}{4}x$　……①、$\frac{3}{4}x-4>36-\frac{3}{4}x+4$　……②

　①、②をみたす整数$x$は25、26、27、28、29であるが、問題文より$x$は4の倍数であるため、$x=28$

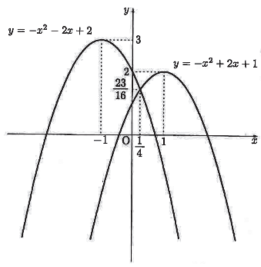
(3)　袋Aを選ぶ事象を$A$、袋Bを選ぶ事象を$B$、白玉を選ぶ事象を$W$とすると、求める確率は、

$$P_W(A)=\frac{P(A\cap W)}{P(W)}=\frac{P(A)P_A(W)}{(P(A)\,P_A(W)+P(B)P_B(W)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{30}}=\frac{6}{11}$$

(4)(a)　$\angle ACB=90°$、$BC=1$、$AC=\sqrt{3}$である。

　方べきの定理より$MP\cdot MB=MC^2$、三平方の定理より$MB^2=MC^2+BC^2$が成り立つ。

　(b)　メネラウスの定理より$\frac{AQ}{QB}\cdot\frac{BP}{PM}\cdot\frac{MC}{CA}=1$　　また、$\triangle AQC=\frac{1}{2}\cdot AQ\cdot AC\cdot\sin30°$




Ⅱ

(2)　$y+1=-\{(x-2)+1\}^2+3$より、$y=-x^2+2x+1$

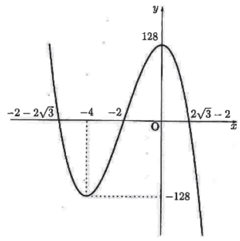
(3)　$f(x)=-x^2-2x+2$と$g(x)=-x^2+2x+1$を連立させた式より、$x=\frac{1}{4}$

　これを$f(x)$に代入して、$y=\frac{23}{16}$　　よって、共有点の座標は、$(\frac{1}{4},\ \frac{23}{16})$

(4)　直線$y=-2x+b$と$f(x)$を連立させて、$x^2+b-2=0$　　この$x$の2次方程式の解の判別式

　$D=8-4b$より、$b$の値の範囲と共有点の個数の関係が得られる。$g(x)$についても同様に求める。

　また、直線が$(\frac{1}{4},\ \frac{23}{16})$を通るとき、2つの放物線と直線の共有点の個数は3個となる。




Ⅲ

(2)　$x=0$で極値をとるので、$f'(0)=96-6a^2=0$　　$a<0$より$a=-4$

(3)　与式に$a=-4$を代入して、$f(x)=-8x^3-48x^2+128$

　また、$f'(x)=-24x^2-96x=0$より、$x=0$、$-4$

| $x$ | | $-4$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | ↘ | $-128$ | ↗ | $128$ | ↘ |

## 数学〔前期A方式 1/30〕

Ⅰ

(1)(b)　裏が2枚以上出るとき、表の枚数は2枚以下であるため、求める確率は${}_4C_0(\frac{1}{2})^4+{}_4C_1(\frac{1}{2})^4+{}_4C_2(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{16}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{11}{16}$

(2)　$2023=7\times17^2$と素因数分解できる。また、$2023_{(5)}=2\times5^3+0\times5^2+2\times5^1+3\times5^0=263$　　同様に求めて、$2023_{(7)}=703$

(3)(a)　$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$より、$\cos^2\theta=\frac{7}{8}$　　また、$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=\frac{1}{8}$　　$0°\leqq\theta\leqq180°$より、$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{4}$

　(b)　与式$=\cos^2\theta-\sin^2\theta-\sin\theta$

(4)(a)　$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC\cdot\sin\angle BCA=2$より、$\sin\angle BCA=1$

　(b)　$0°\leqq\angle BCA\leqq180°$より、$\angle BCA=90°$であるから、$\triangle ABC$において三平方の定理を用いてABを求める。

　(c)　$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(AB+BC+AC)=2$より、$r$を求める。

Ⅱ

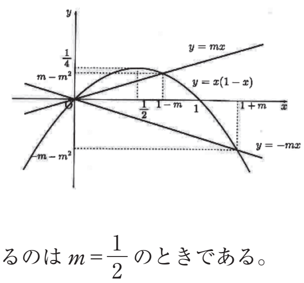
(1)　$f(x)=x^2-ax-6x+6a$とおくと、$f(x)=(x-a)(x-6)$と因数分解できるから、$f(x)=0$の解は$x=a$、6

　$x=6$は$4\leqq x\leqq7$をみたすから、$4\leqq a\leqq7$であればよい。

(2)　与式は$f(x)=\frac{1}{2}$と変形できる。$y=f(x)$のグラフは$a=4$のとき$x=4$、6で、$a=7$のとき$x=6$、7で$x$軸と交わる。このグラフと$y=\frac{1}{2}$が

　$4\leqq x\leqq7$の範囲に共有点を2つもてばよい。$f(4)=\frac{1}{2}$のとき$a=\frac{17}{4}$、$f(7)=\frac{1}{2}$のとき$a=\frac{13}{2}$　　これらは(1)の範囲をみたすから、$\frac{17}{4}\leqq a\leqq\frac{13}{2}$

Ⅲ




(1)　$y=x(1-x)$と$y=mx$の共有点の座標は、$x(1-x)=mx$より、$(0,\ 0)$と$(1-m,\ m-m^2)$

　$y=-mx$との共有点も同様に求める。

(2)　$y=x(1-x)=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$と変形できるから、放物線の頂点は$(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4})$

(3)　$S_1=\int_0^{1+m}\left\{x(1-x)+mx\right\}dx$、$S_2=\int_0^{1-m}\left\{x(1-x)-mx\right\}dx$より求める。

(4)　$Sm=\frac{m^3}{3}+m$　　$f(m)=Sm$とおくと$f'(m)=m^2+1>0$であるから、$0<m\leqq\frac{1}{2}$の範囲で$Sm$が最大となるのは$m=\frac{1}{2}$のときである。

Ⅰ

〔1〕 (1) $(2a-3b)^2=4a^2-12ab+9b^2=42$ と、$(2a+3b)^2=4a^2+12ab+9b^2$ を利用して求める。

(2) $|x-p|>q$ の解は、$x<p-q=4\sqrt{5}-2$、$x>p+q=9+\sqrt{5}$ である。

これと $\frac{11}{2}<x<r$ をともに満たす3個の整数は、6、12、13であるから、$13<r\leqq 14$

〔2〕 (2) 平行移動後の関数は、$y=(x-b-3)^2+2$ であるから、$b=-4$ のとき $f(x)=(x+1)^2+2$、$b=2$ のとき $g(x)=(x-5)^2+2$

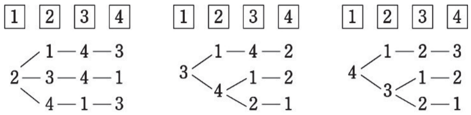
(i) $m_1=f(t)=t^2+2t+3$、$m_2=g(t+1)=t^2-8t+18$ より $m_1=m_2$ となる $t$ を求める。

(ii) $g(x)$ のグラフの頂点の $x$ 座標は5であるから、$\frac{t+t+1}{2}<5$ の場合と $\frac{t+t+1}{2}\geqq 5$ の場合に分けて考える。

$\frac{t+t+1}{2}<5$ のとき $M_1=f(t+1)$、$M_2=g(t)$、$\frac{t+t+1}{2}\geqq 5$ のとき $M_1=f(t+1)$、$M_2=g(t+1)$

〔3〕 (2) 偶数の球を偶数の箱に入れる入れ方は $2!$(通り)、奇数の場合は $3!$(通り)であるから、$2!\times 3!=12$(通り)

(3) (ii) 1個の球の選び方は5通りである。例えば、5の球を5の箱に入れる場合、残り4球の入れ方は右図の9通り。




よって、$5\times 9=45$(通り)

(iii) 1から5個の球が同じ番号の箱に入る場合の数、それぞれの和を全部の入れ方から引けばよい。

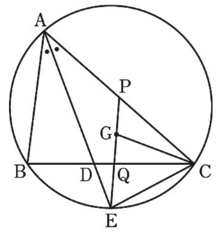
〔4〕 (1) $30+b$ が4の倍数のとき、$1a3b$ は4で割り切れる。また、$1+a+3+b$ が9の倍数のとき、$1a3b$ は9の倍数である。

(2) 1836＝22・33・17であるから、2の倍数の個数は2・33・17の正の約数の個数と等しく、4の倍数の個数は33・17の正の約数の個数と等しい。また、1836のすべての正の約数の積 $N$ を2進法で表した際、末尾に並ぶ0の個数は、$N$ がもつ素因数2の個数に等しい。その数は、2の倍数の個数16と4の倍数の個数8を足した24である。

Ⅱ

(2) 方べきの定理より AD・DE＝BD・DC　　また、弧 AC の円周角より cos∠AEC＝cos∠ABC である。

(3) △AEP と直線 CD にメネラウスの定理を用いて、$\frac{\mathrm{ED}}{\mathrm{DA}}\cdot\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CP}}\cdot\frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{QE}}=1$　　また、点Gは重心であるから $\frac{\mathrm{PG}}{\mathrm{GE}}=\frac{1}{2}$




Ⅲ

(1) $0\leqq\alpha\leqq\beta\leqq\frac{\pi}{2}$ より、$0\leqq\beta-\alpha\leqq\frac{\pi}{2}$ であるから、$0\leqq\cos(\beta-\alpha)\leqq 1$

(2) $\cos 2\beta=\cos 2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ を計算し、$y$ の式に代入する。

(3) (2)の $y$ の式について三角関数を合成すると、$y=-6\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$

$0\leqq\alpha\leqq\frac{\pi}{6}$ より、$-3\leqq y\leqq 3$ となる。$y$ が最小になるのは、$2\alpha-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ のときである。