

# 公募型学校推薦選抜 出題のねらい

## 数 学

### 全体を通して

大問が全部で3題で、それぞれ独立した分野の問題になっています。各分野について、教科書の基礎事項が理解できているかどうか。また、それらの知識を応用した、思考力が必要な問題にも対応できるかどうか。このような力をみることをねらいとしています。

全問マークシート式であるため、答えだけが合っていれば正解ですが、前問が次の問題を解くヒントになっていることもあり、出題の流れにうまく乗ることで解答がしやすくなる場合もあります。日頃の問題演習では、基礎的な学力に加え、問題全体を広く見て先を見通す力を養っておくことが、問題攻略のカギとなります。

### A方式(数学①)

第1問：整数の性質の分野の問題です。

[1]は記数法に関する問題であり、10進数を別の位取りで表すことを応用した問題です。[2]は整数の割り算と余りに関する問題で、不定方程式の整数解の考え方を応用した典型的な問題であると言えます。

第2問：図形についての問題です。四角形が与えられ、三角比の定義や正弦・余弦定理などの基本的な公式を利用して値を求めていく中で、必要な条件や性質をうまく応用する力が求められます。数学I「図形と計量」と数学A「図形の性質」2つの分野の基礎知識をふまえた総合的な思考力、応用力が身につけているかどうかが問われる問題です。

第3問：2次関数の分野の問題です。グラフの軸や頂点の位置、最大値・最小値、グラフとx軸との位置関係など、この分野では典型的な内容の出題であると言えます。この問題のように、係数に文字を含む2次関数に関するものはよく出題されるので、日頃からいろいろな類題を数多くこなしておくことが必要です。係数に含まれた文字が変化することでグラフがどのように変わるのかを、正しく捉えて解答できる力をつけておきましょう。

### A方式(数学②)

第1問：微分法・積分法の分野の問題です。3次関数の極大・極小、接線の方程式、曲線と直線で囲まれた部分の面積など、この分野での典型的な問題と言える出題構成です。微分法・積分法での基礎事項の理解度と、それに応じた正確な計算力が求められます。また、(2)で答えた接線の方程式を(3)で利用できる設定になっており、この出題意図を見抜くことで解答しやすくなります。このようなことにも目を向けておくことよいでしょう。

第2問：図形と方程式の分野の問題です。座標平面上に与えられた円に関する出題で、2つの円の位置関係の考察や、直線の方程式、図形の面積を求めることが問われています。この分野では、座標平面上の直線や円に関する問題が多岐にわたり、いろいろな設定で出題されます。基礎事項の習得はもちろん、中学校で学習した図形の基礎知識も応用されることは多いです。日頃から問題演習を数多く取り組み、応用力をつけておきましょう。

第3問：数列の分野の問題です。等差数列の一般項とその和、 $\Sigma$ を使った式の和などを求める出題構成です。この分野では、まずは典型的な数列の一般項やその和を求める公式を応用する力

をつけること、次に、 $\Sigma$ を使った和を求める際のいくつかの公式の理解、あとは漸化式や数学的帰納法の運用、これらの習得が必要です。学習した公式や解法手順のどれが活用できるかをすぐに判断できるよう、問題演習に取り組んでいきましょう。

### B方式(数学①)

第1問：場合の数と確率の分野の問題です。数字が書かれたカードを取り出す場合の、その数字に関する確率を求めることが問われており、基本的な場合の数を数え上げるという方法に加えて、整数の和や積に関する知識が必要となります。また、後半には条件付き確率の問題が出題され、定義を正しく理解し運用できるかが問われています。

第2問：2次関数の分野の問題です。係数に文字を含む2次関数が与えられ、グラフの特徴の把握と、文字係数の変化に応じた最大値・最小値、さらに、2次方程式の実数解に関する問題など、試験で問われやすい典型的なタイプの出題が見られます。これらを既知の解法手順に結び付けて求められるかどうか、その処理能力が問われる問題です。

第3問：図形についての問題です。三角形が与えられ、条件から線分の長さを求める問題、三角形と内接円との関係性、さらに、余弦定理を利用することが問われています。図形の問題では、数学I「図形と計量」、数学A「図形の性質」2つの分野の基礎事項を理解し、活用できる力が必要となります。いろいろな演習問題を解くことで応用力を身につけていくことが大切です。

### B方式(数学②)

第1問：微分法・積分法の分野の問題です。3次関数の最大・最小、グラフの共有点の個数、曲線と直線で囲まれた部分の面積など、この分野での典型的な問題と言える出題構成です。微分法・積分法での基礎事項の理解度と、それに応じた正確な計算力が求められます。(2)では、グラフの共有点の個数を方程式の実数解の個数に置き換えて考えることが問題文に示されており、出題の流れに沿って解答するというマークシート式によくみられる形式になっています。このような設問にも対応できるように掛けておきましょう。

第2問：三角関数の分野の問題です。 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を含む式が与えられ、その式変形や、最大値・最小値、方程式の解などを求める設定となっています。この分野では、加法定理や2倍角の公式など、どのようなときに使えるのかを見極められるよう訓練が必要です。本問では、2次式を1次式に変形し、さらに三角関数の合成を利用しています。この変形がスムーズにできるようにしておきましょう。

第3問：平面ベクトルの分野の問題です。三角形が与えられ、必要なベクトルを基本のベクトルで表すことや、内積を利用して線分の長さを求めることなどが問われています。平面ベクトルでは、まずはベクトルの和や差、実数倍という基礎事項、位置ベクトルの表現、ベクトルの内積、ベクトル方程式などの活用が設問の中心となります。様々な形式の問題を数多く演習し、既知の事柄を応用する力を磨いていくことが必要です。

## 数 学

### 注意事項

- I 解答は、カタカナまたはひらがなで表記された解答符号の解答欄にマークすること。
- II 問題文中の **ア**、**イウ** などには符号（-）または数字（0～9）が入る。  
同一の問題文中に **ア** や **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は **ア**、**イウ** のように細字で表記する。
- III 分数で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。  
例えば  $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えるときは、 $-\frac{4}{5}$  として答えること。また、それ以上約分できない形で解答すること。例えば  $\frac{3}{4}$  と答えるところを  $\frac{6}{8}$  と答えてはいけない。
- IV 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。また、必要に応じて指定された桁まで①にマークすること。  
例えば、**キ**、**クケ** に 6.3 と答える場合は 6.30 として解答すること。
- V 根号を含む形で解答する場合、根号の中の自然数が最小となる形で解答すること。  
例えば、**コ**  $\sqrt{\text{サ}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  と解答してはいけない。
- VI 根号を含む分数形で解答する場合、例えば  $\frac{\text{シ}}{\text{ソ}} + \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \sqrt{\text{ソ}}$  に  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$  のように解答してはいけない。

## 数 学 ①

### 第1問

- [1] 10進法で3桁の自然数  $M$  は、7進法で表すと  $M=abc_{(7)}$ 、9進法で表すと  $M=cba_{(9)}$  となる。ただし、 $a, b, c$  は位取り記数法における各位の数字を表し、0以上6以下の整数とする。  
 $b$  は、 $a, c$  を用いて、 $b=8(\text{ア} a - \text{イ} c)$  のように表すことができることから、 $a = \text{ウ}$ 、 $b = \text{エ}$ 、 $c = \text{オ}$  が得られる。  
この  $M$  を8進法で表せば、 $M = \text{カキク}_{(8)}$  となる。
- [2]  $x, y$  を整数とする。7で割ると商が  $x$  で余りが5となり、13で割ると商が  $y$  で余りが7となるような整数  $n$  がある。
- (1)  $x$  と  $y$  は方程式  $\text{ケ} x - \text{コサ} y = \text{シ}$  を満たす。
- (2)  $x$  を13で割った余りは **ス**、 $y$  を7で割った余りは **セ** である。
- (3)  $|n-5x-3y|=12$  となるような  $n$  の値は **ソタチ** である。

### 第2問

平面上にある四角形 ABCD は、 $AB=4, AC=6, AD=5, \cos\angle ABC = -\frac{1}{8}, \angle BAC = \angle CAD$  を満たしている。

- (1)  $BC = \text{ツ}$  である。

- (2)  $\cos\angle BAC = \frac{\text{テ}}{\text{ト}}$  であり、四角形 ABCD の面積は  $\frac{\text{ナニ}}{\text{ネ}} \sqrt{\text{ヌ}}$  である。

- (3)  $CD = \text{ノ}$  であり、 $\cos\angle ADC = \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$  である。

- (4) 直線 AD に関して、点 B と対称である点を E とすると、 $BE = \text{フ} \sqrt{\text{ヘ}}$  である。

### 第3問

2つの  $x$  の2次関数を、 $f(x) = x^2 - 2ax + 4, g(x) = -x^2 + (a+1)x - 4$  とする。ただし、 $a$  は定数とする。

- (1)  $a=3$  のとき、 $y=f(x)$  のグラフは放物線  $y=x^2$  を  $x$  軸方向に **ホ**、 $y$  軸方向に **あい** だけ平行移動したものである。

- (2)  $y=g(x)$  のグラフが  $x$  軸と共有点をもたないような  $a$  のとり得る値の範囲は  $\text{うえ} < a < \text{お}$  である。

- (3)  $a$  が2の範囲の値をとるとき、放物線  $y=f(x)$  の頂点の  $y$  座標を  $p$  とすると、 $p$  のとり得る値の範囲は  $\text{かきく} < p \leq \text{け}$  である。

- (4) 方程式  $f(x) = g(x)$  が実数解をもち、そのすべての解が  $1 \leq x \leq 4$  を満たすような  $a$  のとり得る値の範囲は  $\frac{\text{こ}}{\text{さ}} \leq a \leq \text{し}$  である。

(数学①問題 おわり)

数学 ②

第1問

関数  $f(x) = (3-x)x^2$  について、曲線  $y=f(x)$  を  $C$  とおき、 $C$  上の点  $(t, f(t))$  における接線を  $l$  とおく。ただし、 $t$  は実数の定数とする。

(1) 関数  $f(x)$  は

$x = \boxed{\text{ア}}$  のとき、極大値  $\boxed{\text{イ}}$  をとる。

(2)  $l$  の方程式は

$y = (\boxed{\text{ウエ}})t^2 + \boxed{\text{オ}}tx + \boxed{\text{カ}}t^3 - \boxed{\text{キ}}t^2$  である。

(3)  $l$  が原点を通り、原点と異なる点で  $C$  と接するとき、 $t$  の値は

$t = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

であり、 $C$  と  $l$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とおくと

$S = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$

である。

第2問

座標平面上に2つの円  $C_1, C_2$  があり、円  $C_1$  は次の方程式で表される。

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$$

この円の中心を  $O_1$  とする。また、円  $C_2$  は原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円である。ただし、 $r$  は正の定数である。

(1) 円  $C_1$  の中心  $O_1$  の座標は  $(\boxed{\text{セ}}, \boxed{\text{ソ}})$ 、半径は  $\boxed{\text{タ}}$  である。

(2) 2つの円  $C_1, C_2$  が共有点をもつような  $r$  の値の範囲は

$\boxed{\text{チ}} \leq r \leq \boxed{\text{ツ}}$  である。

とくに、 $r = \boxed{\text{チ}}$  のとき、2つの円  $C_1, C_2$  は外接する。このときの接

点の座標は  $(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}})$  である。

(3) 円  $C_2$  が円  $C_1$  の中心を通るとき、 $r = \boxed{\text{ネ}}$  である。

このとき、円  $C_1, C_2$  の2つの交点を  $P, Q$  とすると、直線  $PQ$  の方程式は

$$3x + \boxed{\text{ノ}}y = \boxed{\text{ハヒ}}$$

であり、4点  $O, P, O_1, Q$  を順に結んでできる四角形  $OPO_1Q$  の面積は

$\boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$  である。

第3問

数列  $\{a_n\}$  は初項  $a_1=3$ 、公差12の等差数列である。また、数列  $\{b_n\}$  は等差数列であり

$$b_1 + b_2 + b_3 = 27, \quad b_4 + b_5 + b_6 = 63$$

を満たしている。

(1) 数列  $\{a_n\}$  の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ホあ}}n - \boxed{\text{い}}$$

である。また、数列  $\{b_n\}$  の初項と一般項は

$$b_1 = \boxed{\text{う}}, \quad b_n = \boxed{\text{え}}n + \boxed{\text{お}}$$

である。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和は

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{か}}n^2 - \boxed{\text{き}}n$$

である。

(3) 任意の自然数  $n$  に対して

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = \boxed{\text{くけ}}n^3 + \boxed{\text{こさ}}n^2 - \boxed{\text{しす}}n$$

および

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k b_k} = \frac{n}{\boxed{\text{せそ}}n + \boxed{\text{た}}}$$

が成り立つ。

(数学②問題 おわり)

## 数 学

### 注意事項

- I 解答は、カタカナまたはひらがなで表記された解答符号の解答欄にマークすること。
- II 問題文中の 、 などには符号（-）または数字（0～9）が入る。  
同一の問題文中に  や  などが2度以上現れる場合、2度目以降は 、 のように細字で表記する。
- III 分数で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。  
例えば  $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えるときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えること。また、それ以上約分できない形で解答すること。例えば  $\frac{3}{4}$  と答えるところを  $\frac{6}{8}$  と答えてはいけない。
- IV 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。また、必要に応じて指定された桁まで①にマークすること。  
例えば、  に 6.3 と答える場合は 6.30 として解答すること。
- V 根号を含む形で解答する場合、根号の中の自然数が最小となる形で解答すること。  
例えば、   に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  と解答してはいけない。
- VI 根号を含む分数形で解答する場合、例えば  $\frac{\text{シ}}{\text{ソ}} + \frac{\text{ス}}{\text{ソ}} \sqrt{\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}}$  に  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$  のように解答してはいけない。

## 数 学 ①

### 第1問

7枚のカードに、-3、-2、-1、0、1、2、3を1枚ずつ書く。この7枚から同時に2枚のカードを取り出す。

- (1) 取り出した2枚のカードに書かれた数の和が0となる確率は  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である。
- (2) 取り出した2枚のカードに書かれた数の積が奇数となる確率は  $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  であり、積が0となる確率は  $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$  である。
- (3) 取り出した2枚のカードに書かれた数の和が負となる確率は  $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$  である。
- (4) 取り出した2枚のカードに書かれた数の和が偶数となる確率は  $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$  である。したがって、取り出した2枚のカードに書かれた数の和が偶数であるとき、和が0であった条件付き確率は  $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$  である。

### 第2問

$a$  を定数として、 $x$  の2次関数  $f(x) = x^2 - ax + 2a - 3$  を考える。

- (1) 放物線  $y=f(x)$  の頂点の  $y$  座標を  $a$  の関数とみると、この  $y$  座標は、 $a = \text{ス}$  のとき、最大値  $\text{セ}$  をとる。
- (2) 放物線  $y=f(x)$  が  $x$  軸と異なる2点で交わる時、放物線  $y=f(x)$  が  $x$  軸を切り取る線分の長さを  $l$  とする。 $l < 2\sqrt{15}$  を満たすような  $a$  のとり得る値の範囲は  $\text{ソタ} < a < \text{チ}$ 、 $\text{ツ} < a < \text{テト}$  である。
- (3)  $a \leq x \leq a+1$  における  $f(x)$  の最大値を  $M$  とすると  
 $a < \text{ナニ}$  のとき、 $M = \text{ヌ}$   $a - \text{ネ}$   
 $\text{ナニ} \leq a$  のとき、 $M = \text{ノ}$   $a - \text{ハ}$   
である。
- (4)  $x$  の2次方程式  $f(x) = 0$  が、 $a-2 \leq x \leq a+2$  を満たす異なる2つの実数解をもつような  $a$  のとり得る値の範囲は  $-\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}} \leq a < \text{ヘ}$  である。

### 第3問

$\triangle ABC$  は  $AB=8$ 、 $BC=6$ 、 $CA=4$  を満たす。 $\triangle ABC$  の内心を  $I$ 、直線  $AI$  と辺  $BC$  との交点を  $D$ 、 $\angle CAB$  の外角の二等分線と直線  $BC$  が交わる点を  $E$  とする。

- (1)  $BD = \text{ホ}$ 、 $BE = \text{あい}$ 、 $DE = \text{う}$  である。
- (2)  $\triangle ABC$  の内接円と辺  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$  との接点をそれぞれ  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  とすると、 $AP=AR = \text{え}$ 、 $BP=BQ = \text{お}$ 、 $CQ=CR = \text{か}$  である。  
また、余弦定理を用いることによって、 $PQ = \frac{\text{き}}{\text{く}}$  である。
- (3)  $AD = \text{け} \sqrt{\text{こ}}$  であり、 $AE = \text{さ} \sqrt{\text{しす}}$  である。

(数学①問題 おわり)

数学 ②

第1問

2つの関数 $f(x)$ ,  $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$g(x) = -x^2 + 2x + k$$

とする。ただし、 $k$ を定数とする。

(1)  $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最小値は  $\boxed{\text{ア}}$  である。

(2)  $y=f(x)$  と  $y=g(x)$  のグラフの共有点について考える。

2つのグラフの共有点の個数は、 $x$ の方程式  $\boxed{\text{イ}} = k$  の異なる実数解の個数に等しい。

$\boxed{\text{イ}}$  に当てはまる式を次の①～④のうちから一つ選べ。

①  $x^3 - x^2 - x$

②  $x^3 - 3x + 1$

③  $-x^3 + 3x - 1$

④  $x^3 - 2x^2 - 3x + 1$

このことに着目すれば、 $y=f(x)$  と  $y=g(x)$  のグラフの共有点の個数が2個だけであるのは、 $k = \boxed{\text{ウ}}$  または  $k = \boxed{\text{エオ}}$  のときである。

(3)  $k = \boxed{\text{ウ}}$  とする。

$y=f(x)$  と  $y=g(x)$  のグラフの共有点の $x$ 座標は  $\boxed{\text{カ}}$  と  $\boxed{\text{キク}}$  で

あり、2つのグラフで囲まれた図形の面積は  $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

第2問

$0 \leq \theta \leq \pi$  において、関数

$$f(\theta) = 4\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta - \sin^2\theta - 1$$

を考える。

(1)  $f(\theta)$  を  $2\theta$  で表すと

$$f(\theta) = \boxed{\text{シ}} \sin 2\theta + \boxed{\text{ス}} \cos 2\theta$$

であり、さらに

$$f(\theta) = \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{タ}}}\right)$$

となる。

(2)  $f(\theta)$  は  $\theta = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\pi$  のとき最大値をとり、 $\theta = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\pi$  のとき最小値をとる。

(3)  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $\theta$  についての方程式

$$f(\theta) = 2(\sin\theta + \cos\theta)$$

は  $\boxed{\text{ナ}}$  個の解をもち、そのうち最大の解は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\pi$$

である。

第3問

△OABにおいて、OA=3、OB=4とする。辺ABを1:2に内分する点をC、∠AOBの二等分線が辺ABと交わる点をDとおく。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OC}$ ,  $\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ で表すと

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{あ}}}\overrightarrow{OB}$$

である。

(2) 辺OBの中点をMとする。線分MCと線分ODの交点をEとおくと

$$\overrightarrow{ME} = \frac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{う}}}\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{\text{え}}}{\boxed{\text{お}}}\overrightarrow{OD}$$

である。

さらに、 $MC \perp OB$ のとき、 $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  の内積は

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{か}}$$

となり、線分OEの長さは

$$OE = \sqrt{\boxed{\text{き}}}$$

である。

(数学②問題 おわり)